

Ключевые слова:

финансовые ряды,
прогноз курсов акций,
диагональная корреляция

В. И. Оселедец, д. ф.-м. н., профессор кафедры высшей математики Академии бюджета и казначейства Минфина России, лауреат премии имени А. Н. Колмогорова 2009 г.

(e-mail: oseled@gmail.com)

И. В. Оселедец, к. ф.-м. н., ст. научный сотрудник ИВМ РАН

(e-mail: ivan.oseledets@gmail.com)

Д. А. Поспелов, д. т. н., профессор кафедры высшей математики Академии бюджета и казначейства Минфина России

(e-mail: D.A.Pospelov@gmail.com)

Предсказание двух и более финансовых рядов с помощью диагональной корреляции их совместной предыстории

Краткосрочный прогноз курса акций представляет собой одну из самых интересных задач для игроков на бирже. Оценки аналитиков, связанные с перспективами роста или падения курсов, хотя и являются важными, но накладывают ограничения на частоту сделок, т. к. любой перспективный прогноз требует времени для реализации. В то же время многочисленные статистические проверки последовательностей знаков изменения курса (роста или падения стоимости) создали устойчивое убеждение в случайности последовательностей колебаний курсов с шагом по времени в один день. Иными словами, угадывать знак изменения курса на следующий день — это все равно, что играть в «орел-решку».

Случайность последовательности «рост-падение» не означает, что не может существовать признаков вне данной последовательности, по которым можно было бы повысить вероятность прогноза. Гипотеза авторов состоит в том, что такие признаки можно искать среди характеристик группового поведения совокупности из нескольких курсов. Она основывается на предположении о том, что участники биржевой игры могут неявно учитывать при принятии своих решений проявившиеся накануне «коллективные» тенденции к росту или снижению курсов других акций. Экспериментальной проверке этой гипотезы и посвящена статья.

Пусть у нас имеются несколько курсов акций в течение некоторого времени: $P^k(t)$. Естественной задачей исследования является прогноз будущих цен при некоторой известной истории. Можно ли осуществить такой прогноз? Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо определить критерий

качества прогноза. Во многих работах качество оценивается (по нашему мнению, неудачно) среднеквадратичным отклонением

$$\varepsilon = \| P - P' \|, \tag{1}$$

которое для многих методов может оказаться небольшим, что создает впечатление эффективности прогноза. Однако если использовать «наивный» прогноз: «цена на завтра равна цене на сегодня», то среднеквадратичное отклонение оказывается сравнимым по величине, а значит, качество прогноза оценить невозможно.

Более наглядной характеристикой является прогноз не значения, а направления изменения цены акции: вырастет или упадет? Естественно, что если избавиться от тренда (обычно достаточно убрать линейный тренд), то для такой нормализованной цены вероятность угадать путем «наивного» прогноза близка к 50 %. Однако многие сложные методы, основанные на различных подходах (например, нейронных сетях, методе ближайших соседей, авторегрессии скользящего среднего и др.) дают точность прогноза, также близкую к 50 %. И это принципиальный момент. Если у нас имеется всего один курс акций P_i , то в большинстве случаев предсказать знак производной нельзя, и это можно проверить статистически с помощью различных тестов на случайность последовательности

$$\text{sign}(P_{i+1} - P_i). \tag{2}$$

Данное обстоятельство является известным свойством финансовых рядов: знак производной — величина непрогнозируемая ввиду неопределенно большого числа факторов, влияющих на суточное колебание курсов акций¹. Существуют, однако, другие характеристики, которые поддаются предсказанию. Например, модель GARCH позволяет предсказывать волатильность рынка, которую можно наглядно описать как температуру рынка: в кризисные периоды волатильность выше, а в спокойные периоды — ниже. С помощью вычисления волатильности проводятся различные оценки риска. Однако с практической точки зрения наиболее привлекательным продолжает оставаться предсказание цены акций, которое позволило бы участникам рынка добиваться как можно большей прибыли².

Проанализируем следующую информацию. Заданы исходные данные: два курса акций, 1500 значений времени t_i , один шаг составляет 1 день (без учета выходных). Курс акций 1 — «Ликвидный курс акций», курс акций 2 — «Неликвидный курс акций». Заданные курсы акций представлены в виде двух потоков.

В качестве показателя изменения цены акций будем использовать величину $R(t)$, которая определяется как логарифм отношения цены на следующем шаге (P_{i+1}) к цене на предыдущем (P_i):

$$R(t) = \ln \frac{P_{i+1}}{P_i}. \tag{3}$$

¹ Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1. — М.: Фазис, 1998. — С. 45.

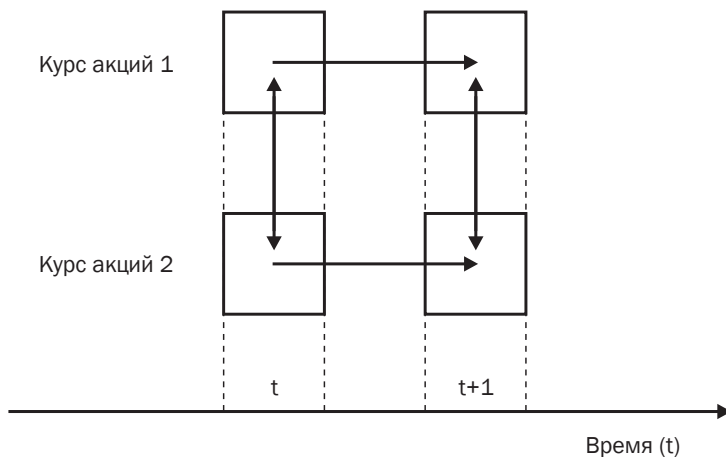
² См. Box G. E. P., Jenkins G. M., Reinsel G. C. Time Series Analysis: Forecasting and Control. — San Francisco: Holden Day, 1970. — P. 76; Hamilton J. Time series Analysis. — Princeton: Princeton University Press, 1994. — P. 95.

Видно, что показатель $R(t)$ естественным образом учитывает направление изменения цены: если цена растет, логарифм соответствующего отношения положителен, если падает — отрицателен.

На рис. 1 показана схема построения прогноза на основе анализа корреляции двух курсов акций «день в день», для чего определяется коэффициент корреляции для двух рядов без сдвига по времени (вертикальные стрелки) и для соседних значений для каждого из курсов (горизонтальные стрелки).

Рисунок 1

Традиционная схема корреляции (схема 1)



На рис. 2 и 3 представлены соответствующие выборочные автокорреляционные функции.

Рисунок 2

Автокорреляционная функция по схеме 1 для курса акций 1

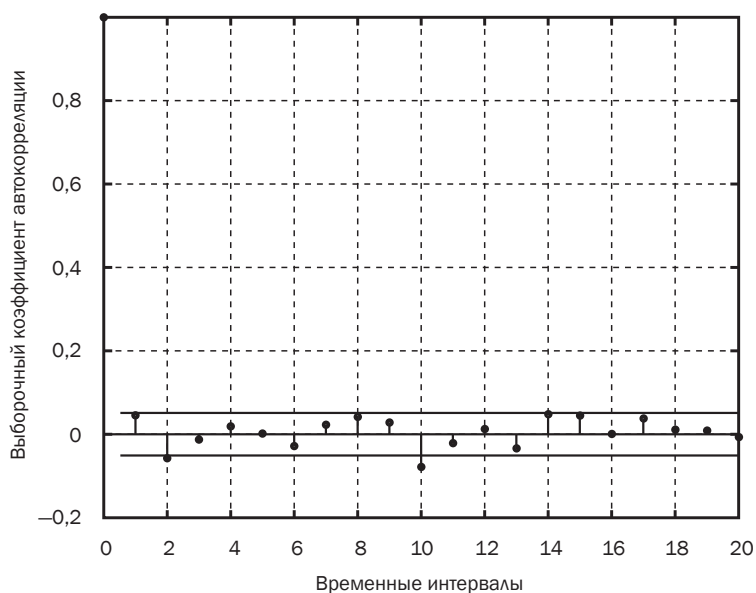
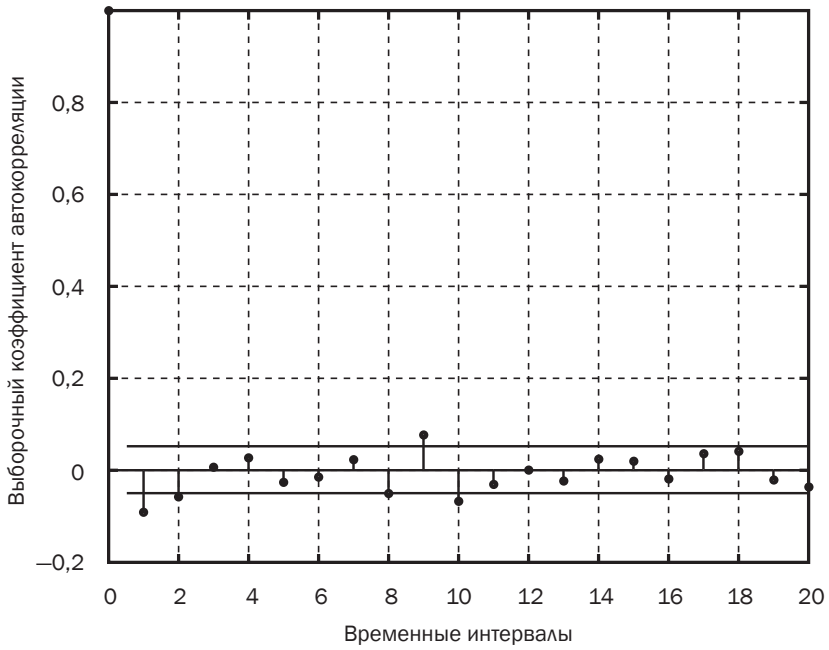


Рисунок 3

Автокорреляционная функция по схеме 1 для курса акций 2

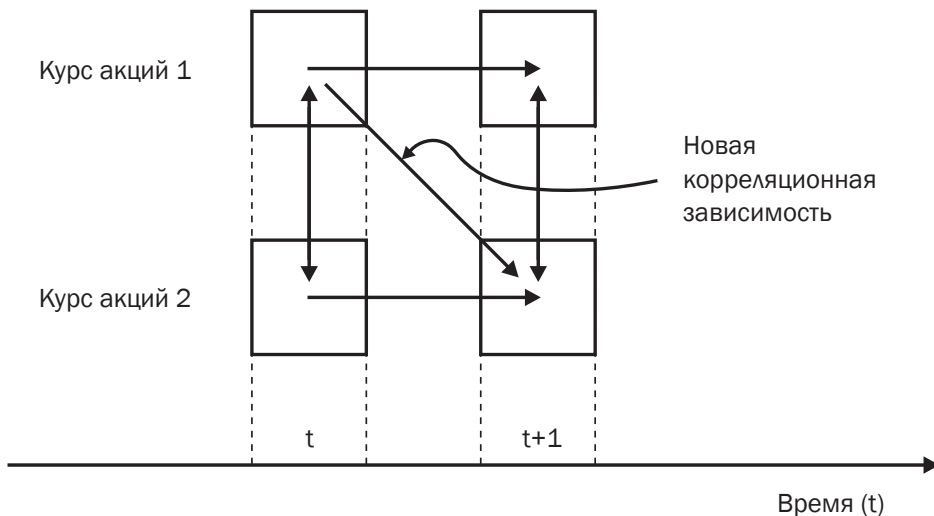


Близкие к нулю значения автокорреляционных функций указывают на малую достоверность прогноза поведения соответствующих курсов по традиционной схеме.

На рис. 4 показана схема построения прогноза на основе анализа предлагаемой диагональной корреляции (кросс-корреляции) двух курсов акций, для чего определяется коэффициент корреляции для двух рядов со сдвигом на 1 день.

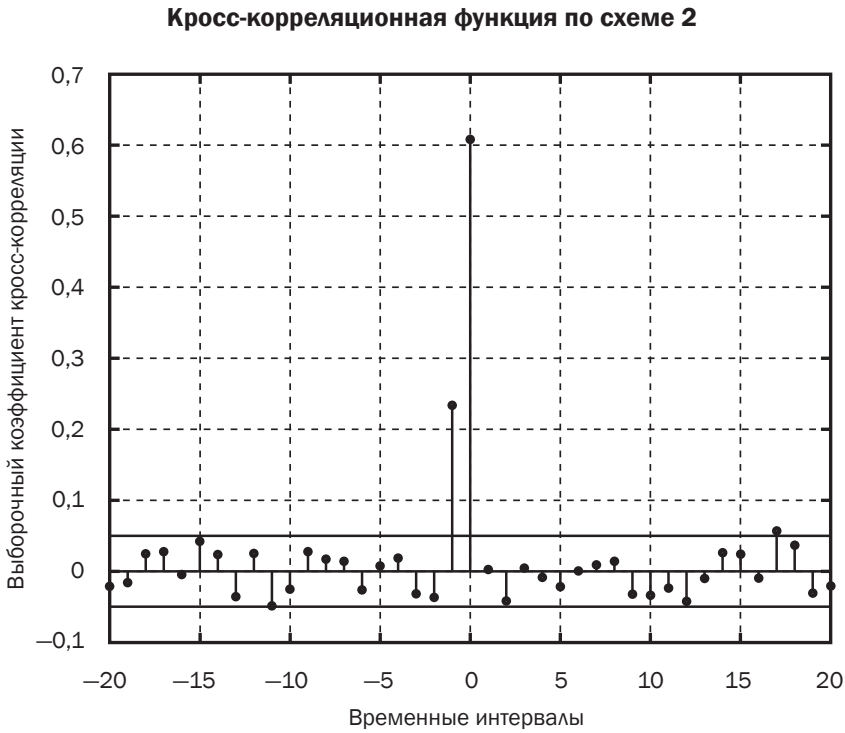
Рисунок 4

Предлагаемая схема кросс-корреляции (схема 2)



На рис. 5 представлена соответствующая схеме кросс-корреляции кросс-корреляционная функция.

Рисунок 5



Мы видим, что присутствует существенная кросс-корреляция между значениями двух курсов акций, о чем свидетельствует пик кросс-корреляционной функции для прогнозируемого курса.

Как использовать обнаруженную корреляцию? Применим простую линейную модель авторегрессионного типа:

$$R^2(t + 1) = c_1 R^1(t) + c_2 R^2(t), \quad (4)$$

где $R^1(t)$ и $R^2(t)$ — логарифмические цены. Обобщение на случай большего числа компонент довольно очевидно.

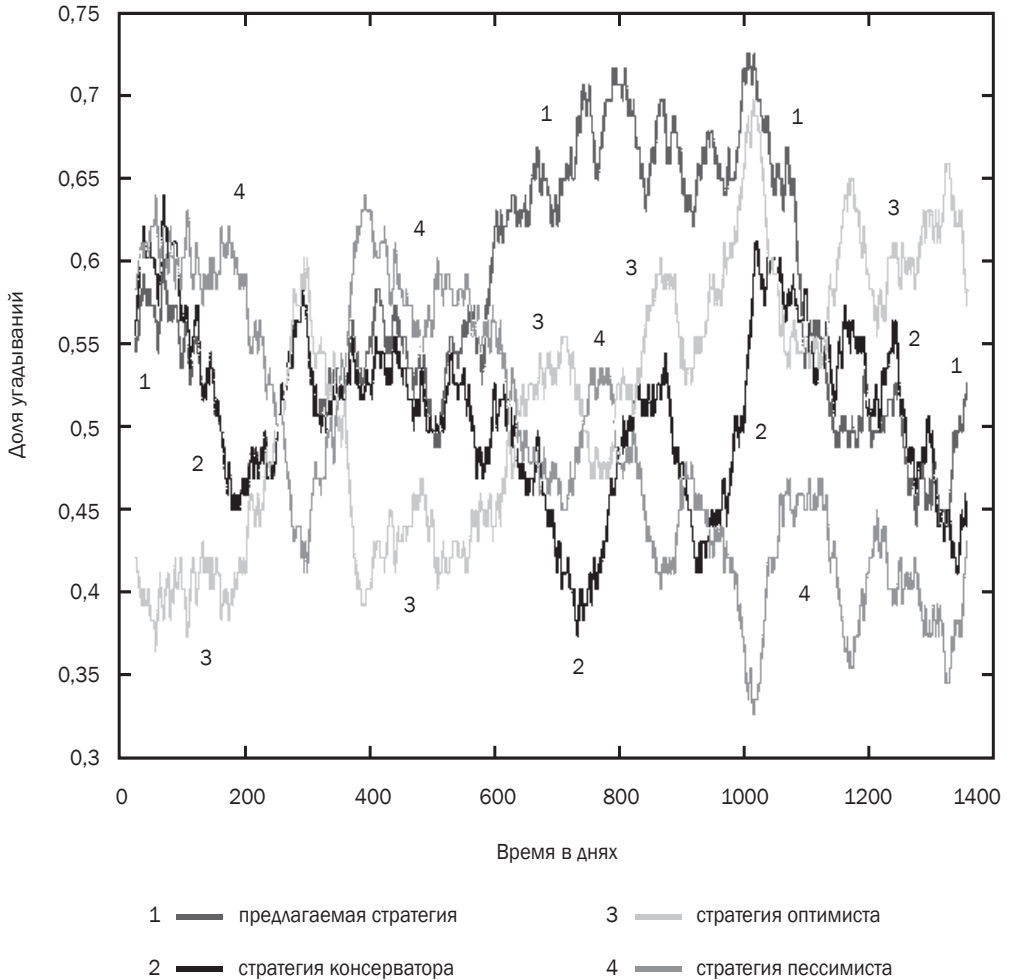
Оценка параметров происходит с использованием данных только до времени t . Для этого необходимо решить переопределенную систему с двумя неизвестными и $t-2$ уравнениями. На основании данных о курсах акций 1 и 2 мы можем вычислить прогноз. Оценивать качество прогноза будем по точности предсказания знака изменения курса акций, т. е. по проценту совпадения предсказанного знака с истинным. Также для сравнения мы рассматриваем несколько «наивных» стратегий прогноза:

- стратегию оптимиста: «завтрашняя цена всегда выше, чем сегодняшняя»;
- стратегию пессимиста: «завтрашняя цена всегда ниже, чем сегодняшняя»;
- стратегию консерватора: «цена на завтра равна цене на сегодня».

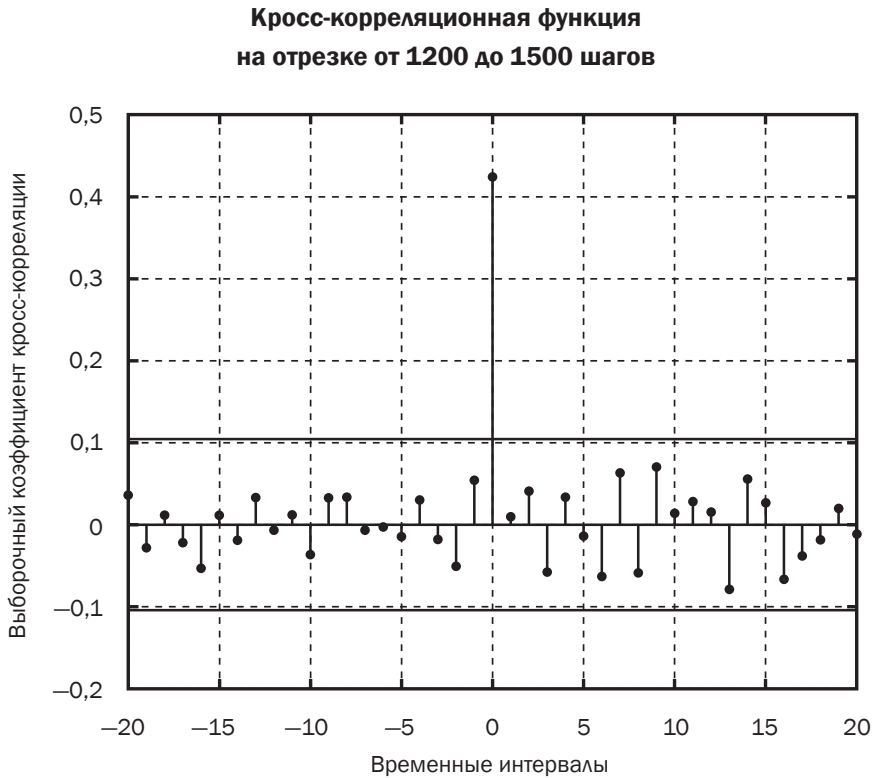
Результаты по всей выборке представлены на рис. 6. Для построения этого графика мы взяли окно шириной в 100 отсчетов ($[t, t + 100, \dots]$) и посчитали относительную долю верных предсказаний знака. Видно, что количество верных предсказаний меняется во времени, и меняется очень сильно.

Рисунок 6

Сравнение точности прогнозов по трем «наивным» стратегиям и предлагаемой стратегии



Это интересный эффект. В периоды высокой волатильности, т. е. в кризисные моменты, мы можем предсказывать знак с точностью 75 % (это неплохо). В периоды покоя качество предсказания падает даже ниже 50 %. В эти периоды обнаруживается, что кросс-корреляция между двумя активами (на которой основана вся конструкция модели) пропадает, что видно из рис. 7, где кросс-корреляционная функция вычислена на отрезке от 1200 до 1500 шагов.



Известно, что гетероскедастичность присутствует в ценах акций, так как статистические характеристики меняются во времени. Часто это иллюстрируется на примере волатильности (гипотеза Блэка-Шоулза о постоянной волатильности обычно не выполняется для реальных курсов акций³). Однако нет никаких оснований считать, что другие статистические характеристики не зависят от времени. **Мы получили экспериментальное обоснование существования зависящей от времени кросс-корреляции курсов акций и простой подход для предсказания направлений изменения цены, который основан на корреляции между ценами различных курсов акций в разные моменты времени.**

Хотя сделанный нами вывод о наличии кросс-корреляции между ценами различных курсов акций требует фундаментальной проверки на большем количестве данных, сам факт существования такой зависимости позволяет более оптимистично оценивать возможность решения задачи краткосрочного прогнозирования.

В то же время факт наличия кросс-корреляции со сдвигом в один день для разных курсов акций при отсутствии корреляции как между соседними членами последовательности внутри самого курса, так и между последовательностями «день в день» для

³ Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities // Journal of Political Economy. — 1973. — V. 81. — P. 37.

разных курсов, требует дальнейшего осмысления и изучения. Усиление такой корреляции в периоды высокой волатильности может означать то, что в кризисные моменты участники биржевой игры больше ориентируются на стратегии других игроков, чем на иные факторы и оценки. Возможно, в периоды покоя стратегии игроков становятся более самостоятельными, хотя этот факт может объясняться и какими-либо другими причинами.

Библиография

1. Ширяев, А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1. — М.: Фазис, 1998. — С. 45.
2. Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C. Time Series Analysis: Forecasting and Control. — San Francisco: Holden Day, 1970. — P. 76.
3. Hamilton, J. Time series Analysis. — Princeton: Princeton University Press, 1994. — P. 95.
4. Black, F., Scholes, M. The pricing of options and corporate liabilities // Journal of Political Economy. — 1973. — V.81. — P. 37.