

## Модели ДСОЭР: проблема трендов

**Сергей Михайлович Иващенко** ([sergey.ivashchenko.ru@gmail.com](mailto:sergey.ivashchenko.ru@gmail.com)), к. э. н., старший научный сотрудник Института проблем региональной экономики РАН (г. Санкт-Петербург); старший научный сотрудник Центра макроэкономических исследований НИФИ Минфина России (г. Москва); главный научный сотрудник факультета экономики СПбГУ (г. Санкт-Петербург)

### Аннотация

Во многих ключевых рядах макроэкономической статистики присутствуют тренды (детерминированные и стохастические). Модели динамического стохастического общего экономического равновесия (ДСОЭР) должны учитывать такую особенность данных. Один из распространенных подходов — это удаление тренда из данных экзогенным для модели способом. Целью работы является анализ последствий удаления тренда из данных при помощи экзогенных для модели ДСОЭР преобразований данных.

В данном исследовании с теоретической точки зрения показано, что такие действия вносят искажения в модель, за исключением очень специфических условий. Также проведены численные расчеты для оценки последствий таких искажений. Для этого была построена модель ДСОЭР, на основе которой были сгенерированы наблюдения. Далее модель была оценена на основе этих данных с различными формами экзогенных преобразований (включая отсутствие преобразований). Численные расчеты свидетельствуют о многократном ухудшении качества оценок параметров при детрендровании данных (худшие результаты достигаются при использовании популярного фильтра Ходрика — Прескотта). В случае удаления тренда не только из данных, но и из ДСОЭР-модели (использование модели без тренда) оценки параметров ухудшаются еще в несколько раз.

### Ключевые слова:

ДСОЭР, тренд, HP-фильтр, точность оценок, RMSE

**JEL:** C32, E30, E32

**Для цитирования:** Иващенко С. М. Модели ДСОЭР: проблема трендов. Научно-исследовательский финансовый институт. Финансовый журнал. 2019. № 2. С. 81–95. DOI: 10.31107/2075-1990-2019-2-81–95

### ВВЕДЕНИЕ

Динамические стохастические модели общего экономического равновесия (ДСОЭР) являются одним из основных инструментов макроэкономического анализа, широко применяющихся центральными банками многих стран [Tovar С. Е., 2009]. Данный класс моделей продемонстрировал неплохое качество прогнозов, сопоставимое с авторегрессионными моделями, а нередко и превосходящее их [Adolfson M., Linde J., Villani M., 2007; Rubaszek M., Skrzypczynski P., 2008; del Negro M., Schorfheide F., 2012; Иващенко С. М., 2013]. Однако основное достоинство ДСОЭР-моделей в том, что они объясняют динамику переменных в терминах теоретической модели (основанной на предпочтениях и технологиях) и позволяют обойти проблему критики Лукаса [Lucas R. E., 1976]. Это делает ДСОЭР-модели ключевым инструментом для выработки решений государства в области не только

---

*Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ, проект «Структурные изменения в экономике России: роль человеческого капитала и инвестиций» № 18-010-01185.*

денежной, но и фискальной политики [Андреев М. Ю., Полбин А. В., 2018; Вотинов А. И., Елкина М. А., 2018].

Таким образом, ДСОЭР-модели могут предсказывать последствия изменения фискальной политики государства [Ambrisko R. et al., 2015; Gali J., Lopez-Salido J. D., Valles J., 2007]. Причем в отличие от других типов моделей они описывают все изменения в экономике, включая влияние подобных действий государства на ожидания агентов и, как следствие, на принимаемые ими решения. Более того, такие модели способны предсказывать последствия изменений планов государства (правил принятия решений) о будущей фискальной политике, которые начнут проявляться уже в настоящем, в связи с изменениями ожиданий других агентов.

Расчеты по ДСОЭР-моделям используют аппроксимации решения модели, причем чаще всего ограничиваются аппроксимацией первого порядка методом возмущений [Tovar C. E., 2009]. Метод возмущений дает хорошее качество аппроксимации вблизи точки, для которой он рассчитывается. Это означает, что ДСОЭР-модель должна быть записана в стационарных переменных. Однако большинство таких макроэкономических переменных, как ВВП или инвестиции, являются нестационарными переменными с единичным корнем и трендом. Это порождает несколько вариантов проведения расчетов. Первый вариант — наличие в модели экзогенных переменных с единичным корнем и трендом, которые создают тренды в остальных переменных модели. Такая схема подразумевает замену переменных модели, такую, что систему уравнений с рациональными ожиданиями можно выразить через новые стационарные переменные. Есть несколько наиболее известных схем введения единичного корня с трендом по такой схеме: через экзогенный процесс общей производительности факторов производства [Ивашенко С. М. 2016; Chaudourne J., Feve P., Guay A., 2014; Diebold F. X., Schorfheide F., Shin M., 2017], через труд [Chang Y., Doh T., Schorfheide F., 2007] или через инвестиции [Schmitt-Grohe S., Uribe M., 2011; Justiniano A., Primiceri G., Tambalotti A., 2011]. Причем в большинстве случаев вносится как детерминированный, так и стохастический тренд, но есть работы, где вводится только детерминированный тренд через общую производительность факторов производства [Smets F., Wouters R., 2007].

Альтернативный вариант действий предполагает простое удаление тренда из данных. Тренд может удаляться при помощи линейной регрессии [Smets F., Wouters R., 2003]. Есть варианты, когда тренд удаляется при помощи более сложной схемы, основанной на фильтре Ходрика — Прескотта (HP) [Полбин А. В., 2014; Ascari G. et al., 2011; Zeleznik M., 2018]. Иногда комбинируют разные способы удаления тренда [Capek J., 2015]. В отдельных работах данный подход по удалению тренда из данных рассматривается подробно и проводится анализ разных версий такого метода расчетов [Ferroni F., 2011].

Целью данной работы является анализ последствий удаления тренда из данных при помощи экзогенных для модели ДСОЭР преобразований данных. Для этого вначале будет построена малая ДСОЭР-модель, которая будет оценена по российским данным. Затем будут проанализированы последствия такого удаления тренда для отдельных уравнений модели. На последующем этапе работы будет подробно описана схема тестирования последствий удаления тренда. Ее общая идея выглядит следующим образом: на основе полученных оценок параметров будут генерироваться данные из модели, а затем по ним модель будет оцениваться заново с различными режимами обращения с трендами в данных.

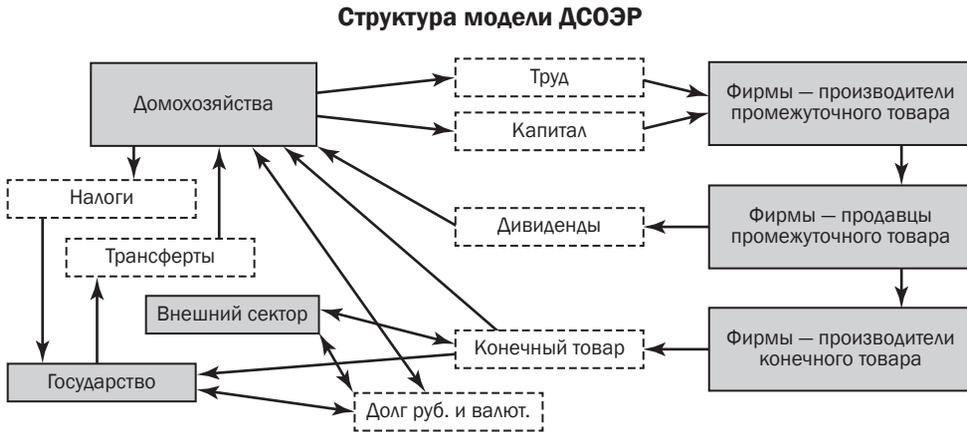
## **МОДЕЛЬ ДСОЭР**

В данном разделе строится модель ДСОЭР. Поскольку цель исследования — анализ последствий удаления тренда из данных, эта модель будет существенно упрощенной, не способной качественно отразить ряд закономерностей российской экономики и соответствующих статистических данных. Поэтому она не будет обеспечивать высокое качество

прогнозов, которого можно добиться с более проработанной ДСОЭР-моделью. Однако она будет содержать ряд наиболее стандартных и необходимых элементов для ДСОЭР-моделей, а меньшее число параметров позволит быстрее проводить расчеты и получать оценки параметров на сгенерированных данных (которые будут рассчитываться большое количество раз).

Данная ДСОЭР-модель предполагает наличие пяти видов агентов: домохозяйств, фирм, фирм-продавцов, государства и крайне упрощенного внешнего рынка. Первые три вида агентов решают оптимизационные задачи, а поведение последних двух описывается экзогенными правилами. Схема модели представлена на рис. 1.

Рисунок 1



Источник: составлено автором.

Деление фирм на производителей конечного и промежуточного товара, а также на продавцов является достаточно распространенной схемой [Smets F., Wouters R., 2007]. Есть схемы построения ДСОЭР-моделей, где агрегация конечных товаров производится потребителями, а не специальным видом фирм [Ивашенко С. М., 2016]. Однако это не оказывает влияния на уравнения модели и ее поведение.

**Домохозяйства**

Домохозяйства максимизируют ожидаемую дисконтированную функцию полезности (1) при условии бюджетного ограничения (2) и ограничения на эволюцию капитала (3). Функция полезности включает склонность к потреблению с эффектом привычки (*habit*), несклонность к труду с эффектом привычки и деньги в функции полезности с эффектом привычки. Аддитивная функция полезности и эффект привычки давно применяются в ДСОЭР-моделях [Smets F., Wouters R., 2003]. В данной модели эффекты привычек добавлены в слагаемые, задающие предпочтения по труду и деньгам, чтобы модель могла лучше воспроизводить показатели автокоррелированности соответствующих компонент. Более стандартные подходы вроде негибкости на рынке труда с ценообразованием по Кальво или поиск и подбор (*search and matching*) заметно усложнили бы модель [Полбин А. В., 2014; Zeleznik M., 2018].

$$E \left( \sum_{t=0}^{\infty} e^{\beta t} \left( \frac{(C_{h,t} - h_C C_{t-1})^{1-\omega_C}}{1-\omega_C} - Z_{L,t} \frac{(L_{h,t} - h_L L_{t-1})^{1+\omega_L}}{1+\omega_L} + Z_{M,t} \left( \frac{M_{h,t}}{P_t} - h_M \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} \right)^{1-\omega_M} \frac{1}{1-\omega_M} \right) \right) \rightarrow \max_{B,C,I,K,L,M} \quad (1)$$

$$P_t C_{h,t} + P_t I_{h,t} + M_{h,t} + B_{h,t} + B_{W,t} F_t = (1 - \tau_t)(W_t L_{h,t} + R_{K,t} K_{h,t-1}) + M_{h,t-1} + R_{t-1} B_{h,t-1} + B_{W,t-1} R_{W,t-1} F_t + T_{TR,t} + D_t. \quad (2)$$

$$K_{h,t} = (1 - \delta) K_{h,t-1} + I_{h,t} \left( 1 - \frac{Z_{I,t}}{2} \left( \frac{I_{h,t}}{K_{h,t-1}} - \overline{\left( \frac{I}{K} \right)} \right)^2 \right), \quad (3)$$

где  $C_{h,t}$  — потребление в периоде  $t$  домохозяйства  $h$ ;  $I_{h,t}$  — инвестиции в периоде  $t$  домохозяйства  $h$ ;  $L_{h,t}$  — предложение труда в периоде  $t$  домохозяйства  $h$ ;  $K_{h,t}$  — капитал, принадлежащий домохозяйству  $h$  в периоде  $t$ ;  $M_{h,t}$  — располагаемые денежные средства (запас денег) в периоде  $t$  домохозяйства  $h$ ;  $P_t$  — цена товаров в периоде  $t$ ;  $B_{h,t}$  — объем облигаций, приобретенных домохозяйством  $h$  в периоде  $t$ ;  $B_{W,t}$  — объем облигаций в иностранной валюте, приобретенных домохозяйством в периоде  $t$ ;  $F_t$  — обменный курс иностранной валюты в периоде  $t$ ;  $\tau_t$  — ставка налога в периоде  $t$ ;  $T_{TR,t}$  — размер трансферта от государства в периоде  $t$ ;  $R_t$  — ставка процента по облигациям в периоде  $t$ ;  $R_{W,t}$  — ставка процента по валютным облигациям в периоде  $t$ ;  $R_{K,t}$  — арендная ставка на реальный капитал в периоде  $t$ ;  $W_t$  — ставка зарплаты в периоде  $t$ ;  $D_t$  — дивиденды от фирм в периоде  $t$ .

#### Фирмы — производители конечных товаров

Фирмы — производители конечного продукта функционируют на рынке совершенной конкуренции, производя конечный продукт  $Y_t$ , используя промежуточные товары  $Y_{j,t}$  и производственную функцию CES.

$$Y_t = \left( \int_0^1 Y_{j,t}^{(\theta-1)/\theta} dj \right)^{\theta/(\theta-1)}. \quad (4)$$

Максимизация прибыли и условия нулевой прибыли приводят к следующему общему уровню цен и спросу на промежуточный товар  $j$ :

$$Y_{j,t} = \left( \frac{P_{j,t}}{P_t} \right)^{-\theta} Y_t. \quad (5)$$

$$P_t = \left( \int_0^1 P_{j,t}^{1-\theta} dj \right)^{1/(1-\theta)}. \quad (6)$$

#### Фирмы — производители промежуточных товаров

Фирмы максимизируют дисконтированный поток дивидендов (7) при условии бюджетного ограничения (8) и производственной функции (9). Рынок совершенной конкуренции не позволяет фирмам управлять ценами на свою продукцию, а прибыль и, соответственно, дивиденды оказываются нулевыми.

$$E \left( \sum_{t=0}^{\infty} \left( \prod_{k=0}^{t-1} R_k \right)^{-1} (D_{f,t}) \right) \rightarrow \max_{D,K,L,Y}. \quad (7)$$

$$D_{f,t} + R_{K,t} K_{f,t} + W_t L_{f,t} = P_{F,t} Y_{f,t}. \quad (8)$$

$$Y_{f,t} = (Z_{Y,t} L_{f,t})^{\alpha} (K_{f,t})^{1-\alpha}. \quad (9)$$

В приведенных выше уравнениях  $D_{f,t}$  — это дивиденды фирмы  $f$  в периоде  $t$ ;  $Y_{f,t}$  — выпуск фирмы  $f$  в периоде  $t$ ;  $P_{F,t}$  — цена на продукцию фирмы в периоде  $t$ ;  $K_{f,t}$  — объем

капитала, используемого фирмой  $f$  в периоде  $t$ ;  $L_{f,t}$  — объем труда, используемого фирмой  $f$  в периоде  $t$ .

В данной модели фирмы-производители отделены от фирм — продавцов промежуточных товаров. Их объединение в единую фирму не повлияет на поведение модели в условиях негибкости ценообразования по Ротембергу и капитала, принадлежащего домохозяйствам. Такое разбиение фирм делает естественным появление переменной предельных издержек (цены продукции фирм — производителей промежуточных товаров) и уравнения новой кейнсианской кривой Филиппа. В случае объединения фирм для получения этих уравнений необходимо производить замену переменных и упрощение системы уравнений. То есть решение о разделении фирм связано с внешним видом условий оптимальности.

Также необходимо отметить, что производственная функция (9) включает экзогенный технологический прогресс ( $Z_{y,t}$ ), являющийся переменной единичного корня со сносом, который служит источником детерминированных и стохастических трендов во многих переменных модели. В производственной функции коэффициенты эластичности также задаются стохастическим процессом.

### Фирмы — продавцы промежуточных товаров

Негибкость ценообразования по Ротембергу предполагает, что каждый продавец сталкивается с квадратичными издержками, связанными с изменением цен. В рамках данной гипотезы задача фирм-продавцов (10)–(12) выглядит следующим образом:

$$E \left( \sum_{t=0}^{\infty} \left( \prod_{k=0}^{t-1} R_k \right)^{-1} \left( D_{r,t} - \frac{\varphi_P}{2} \left( \frac{P_{r,t}}{P_{r,t-1}} - e^{(1-\nu)\bar{p}} \left( \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\nu} \right)^2 P_t Y_{D,t} \right) \right) \rightarrow \max_{D,P,Y} \quad (10)$$

$$D_{r,t} = (P_{r,t} - P_{F,t}) Y_{r,t} \quad (11)$$

$$Y_{r,t} = \left( \frac{P_{r,t}}{P_t} \right)^{-\theta} (Y_{D,t}), \quad (12)$$

где  $D_{r,t}$  — это дивиденды продавца  $r$  в периоде  $t$ ;  $Y_{r,t}$  — объем реальных продаж продавца  $r$  в периоде  $t$ ;  $P_{r,t}$  — цена на товары, устанавливаемая продавцом  $r$  в периоде  $t$ ;  $Y_{D,t}$  — совокупный спрос в периоде  $t$ ;  $P_t$  — агрегированный уровень цен в периоде  $t$ . Символ  $\bar{p}$  обозначает детерминированное равновесие для инфляции ( $\ln(P_t/P_{t-1})$ ), то есть тот уровень инфляции, который был бы в модели в случае отсутствия экзогенных стохастических шоков.

Негибкость ценообразования часто моделируется как негибкость по Кальво. Различия между этими видами ценообразования проявляются при нелинейных аппроксимациях [Lombardo G., Vestin D., 2008]. Однако ценообразование по Кальво приводит к введению дополнительной переменной состояния. Хотя есть аргументы в пользу ценообразования по Кальво, критерий простоты привел к выбору негибкости по Ротембергу [Ascari G. et al., 2011].

### Государство, внешний рынок и балансовые ограничения

Государство действует на основе инструментальных правил политики и сталкивается лишь с бюджетным ограничением.

$$P_t G_t + T_{TR,t} + B_{G,t} = \tau_t (W_t L_t + R_{K,t} K_{t-1}) + R_{t-1} B_{G,t-1} + M_t - M_{t-1} \quad (13)$$

Денежная политика задается правилом Тейлора:

$$\ln(R_t) = \gamma_R \ln(R_{t-1}) + (1 - \gamma_R) \left( \gamma_{RP} \left( \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right) - \bar{p} \right) + \gamma_{RY} \left( \ln \left( \frac{Y_{D,t}}{Y_{D,t-1}} \right) - \bar{y} \right) + Z_{R,t} \right). \quad (14)$$

Правила фискальной политики:

$$\ln \left( \frac{G_t}{Y_{D,t}} \right) = \gamma_G \ln \left( \frac{G_{t-1}}{Y_{D,t-1}} \right) + (1 - \gamma_G) \left( \gamma_{GB} \left( \frac{B_{G,t}}{P_t Y_{D,t}} - \bar{b}_G \exp(-\bar{y}_D) \right) + \gamma_{GY} \left( \ln \left( \frac{Y_{D,t}}{Y_{D,t-1}} \right) - \bar{y} \right) + Z_{G,t} \right). \quad (15)$$

$$\ln \left( \frac{T_{TR,t}}{Y_{D,t}} \right) = \gamma_{TR} \ln \left( \frac{T_{TR,t-1}}{Y_{D,t-1}} \right) + (1 - \gamma_{TR}) \left( \gamma_{TRB} \left( \frac{B_{G,t}}{P_t Z_t} - \bar{b}_G \exp(-\bar{y}_D) \right) + \gamma_{TRY} \left( \ln \left( \frac{Y_{D,t}}{Y_{D,t-1}} \right) - \bar{y} \right) + Z_{TR,t} \right). \quad (16)$$

$$\tau_t = \gamma_{TAX} \tau_{t-1} + (1 - \gamma_{TAX}) \left( \gamma_{TAXB} \left( \frac{B_{G,t}}{P_t Z_t} - \bar{b}_G \exp(-\bar{y}_D) \right) + \gamma_{TAXY} \left( \ln \left( \frac{Y_{D,t}}{Y_{D,t-1}} \right) - \bar{y} \right) + Z_{TAX,t} \right). \quad (17)$$

Многие ДСОЭР-модели включают только такие компоненты фискальной политики, как государственное потребление, и фиксируют уровень государственного долга на нулевой отметке [Smets F., Wouters R., 2003]. Однако подобное упрощение слишком сильное, учитывая долю государственных расходов в ВВП. Более аккуратные в этом отношении модели вводят правила фискальной политики, подобные правилу Тейлора [Ambrisko R. et al., 2015; Gali J., Lopez-Salido J. D., Valles J., 2007; Иващенко С. М., 2013; Иващенко С. М., 2016]. Причем коэффициенты правил при долге ( $\gamma_{GB}$ ,  $\gamma_{TRB}$ ,  $\gamma_{TAXB}$ ) отвечают за стабильность бюджетной системы, а при темпах роста ВВП ( $\gamma_{GY}$ ,  $\gamma_{TRY}$ ,  $\gamma_{TAXY}$ ) — за реакцию фискальной политики на той или иной стадии экономического цикла.

Внешний рынок также описывается экзогенными правилами и бюджетным ограничением. Бюджетное ограничение для внешнего рынка обычно называют платежным балансом:

$$NX_t + B_{W,t-1} R_{W,t-1} F_t = B_{W,t} F_t. \quad (18)$$

Экзогенное правило для мировых процентных ставок аналогично правилу Тейлора:

$$\ln(R_{W,t}) = \gamma_{RW} \ln(R_{W,t-1}) + (1 - \gamma_{RW}) \left( \gamma_{RWP} \left( \ln \left( \frac{P_{W,t}}{P_{W,t-1}} \right) - \bar{p}_W \right) + Z_{RW,t} \right). \quad (19)$$

Экзогенное правило для чистого экспорта:

$$\frac{NX_t}{Z_{Y,t}} = \gamma_{NX} \frac{NX_{t-1}}{Z_{Y,t-1}} + (1 - \gamma_{NX}) \left( \gamma_{NXY} \left( \ln \left( \frac{Y_{D,t}}{Z_{Y,t}} \right) - \ln \left( \frac{Y_{D,t-1}}{Z_{Y,t-1}} \right) \right) + \gamma_{NXF} (f_t - \bar{f}) + Z_{NX,t} \right). \quad (20)$$

Также в модели присутствуют три балансовых ограничения: каждая облигация должна быть приобретена кем-либо (21), объем капитала, арендуемого фирмами, равен объему

капитала, принадлежащего домохозяйствам (22), совокупный спрос состоит из потребления домохозяйств, инвестиций, государственного потребления и чистого экспорта (23).

$$B_{H,t} + B_{G,t} = 0. \quad (21)$$

$$K_{F,t} = K_{t-1}. \quad (22)$$

$$Y_{D,t} = C_t + I_t + G_t + NX_t. \quad (23)$$

Экзогенные процессы, обозначаемые  $z_*$  являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами со средним  $\eta_{0,*}$  и стандартным отклонением  $\sigma_*$ .

### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ В СВЯЗИ С УДАЛЕНИЕМ ТРЕНДА

Поскольку в модели присутствует экзогенный технологический прогресс с единичным корнем, то переменные модели содержат общий стохастический тренд. Соответственно, для нахождения аппроксимации решения ДСОЭР-модели необходимо перейти к стационарным переменным (которые обозначаются соответствующей малой буквой). В качестве примера разберем преобразования нескольких уравнений в связи с данным переходом.

В данной модели, как и в большинстве ДСОЭР-моделей, агенты оказываются гомогенными, то есть индивидуальные индексы конкретного домохозяйства или фирмы не нужны. Поскольку в данной модели присутствует лишь один источник единичного корня, задающегося через общую производительность факторов производства, то преобразование в стационарные переменные оказывается простым. Все переменные, характеризующие цены товаров, делятся на общий уровень цен и логарифмируются. Все переменные, характеризующие объемы товаров, делятся на экзогенный технологический уровень и логарифмируются (исключением является чистый экспорт, который не логарифмируется, так как может иметь различный знак). Заработная плата, объем денег, облигаций, дивидендов и трансфертов делятся как на уровень цен, так и на технологический уровень. Экзогенные процессы, за исключением  $Z_{Y,t}$ ,  $Z_{L,t}$ ,  $Z_{M,t}$ , не требуют никаких преобразований для перехода к стационарным величинам. Для технологического прогресса ( $Z_{Y,t}$ ) соответствующий стационарный экзогенный процесс — это его логарифмические приращения. Для процессов  $Z_{L,t}$ ,  $Z_{M,t}$  производится деление на необходимую степень  $Z_{Y,t}$ , обеспечивающую одинаковый порядок слагаемых в функции полезности (1), и затем они логарифмируются. Таким образом, производственная функция (9) в стационарных переменных примет вид (24).

$$\frac{Y_{D,t}}{Z_{Y,t}} = e^{y_{D,t}} = e^{z_{\alpha,t} l_t + (1-z_{\alpha,t})(k_{t-1} - z_{Y,t})} = \left( \frac{Z_{Y,t}}{Z_{Y,t}} L_{f,t} \right)^{Z_{\alpha,t}} \left( \frac{K_{t-1} Z_{Y,t-1}}{Z_{Y,t-1} Z_{Y,t}} \right)^{1-Z_{\alpha,t}}. \quad (24)$$

Аналогично преобразуется платежный баланс (18) к виду (25), а балансовое уравнение совокупного спроса (23) — к виду (26).

$$\frac{NX_t}{P_t Z_{Y,t}} + \frac{R_{W,t-1} B_{W,t-1} F_t P_{W,t} P_{W,t-1} Z_{Y,t-1}}{P_{W,t-1} Z_{Y,t-1} P_t} = n x_t + b_{W,t-1} e^{r_{W,t-1} + f_t - p_{W,t} - z_{Y,t}} = b_{W,t} e^{f_t} = \frac{B_{W,t} F_t P_{W,t}}{P_{W,t} Z_{Y,t} P_t}. \quad (25)$$

$$\frac{Y_{D,t}}{Z_{Y,t}} = e^{y_{D,t}} = e^{c_t} + e^{i_t} + e^{g_t} + n x_t = \frac{C_t}{Z_{Y,t}} + \frac{I_t}{Z_{Y,t}} + \frac{G_t}{Z_{Y,t}} + \frac{NX_t}{Z_{Y,t}}. \quad (26)$$

Соответственно, на примере этих трех уравнений можно аналитически увидеть последствия удаления тренда из статистических данных вне модели. Будем обозначать ряд после удаления тренда символом  $\hat{\cdot}$  над соответствующей переменной, а саму трендовую составляющую обозначать  $\tilde{\cdot}$  над переменной. Тогда удаление тренда вне ДСОЭР-модели означает, что уравнения модели должны выполняться для переменных без тренда. Разберем подробно, как при этом преобразуется балансовое уравнение для совокупного спроса:

$$0 = e^{\hat{y}_{D,t}} - e^{\hat{c}_t} - e^{\hat{i}_t} - e^{\hat{g}_t} - \hat{\pi x}_t = e^{y_{D,t} - \tilde{y}_{D,t}} - e^{c_t - \tilde{c}_t} - e^{i_t - \tilde{i}_t} - e^{g_t - \tilde{g}_t} - (nx_t - \hat{\pi x}_t) = \frac{y_{D,t}}{z_{Y,t}} e^{-\tilde{y}_{D,t}} - \frac{c_t}{z_{Y,t}} e^{-\tilde{c}_t} - \frac{i_t}{z_{Y,t}} e^{-\tilde{i}_t} - \frac{g_t}{z_{Y,t}} e^{-\tilde{g}_t} - \frac{NX_t}{z_{Y,t}} + \hat{\pi x}_t. \quad (27)$$

В случае, если тренды совпадают во всех слагаемых, их удаление не приведет ни к каким последствиям. Однако это предполагает технику совместного удаления трендов, в то время как стандартный подход удаления трендов из каждой наблюдаемой переменной будет приводить к внесению искажений в уравнения (относительно теоретически обоснованных). К тому же, если часть слагаемых логарифмируется, а часть нет (как в случае данной модели), стандартный подход выделения общего линейного тренда не справится. То есть в случае уравнения, где отсутствуют лаги или ожидания, и совместного удаления трендов последствий не будет, но в случае индивидуального удаления трендов возникнут искажения в уравнении, масштаб которых будет пропорционален ошибке идентификации тренда.

Теперь рассмотрим последствия для производственной функции.

$$0 = e^{\hat{y}_{D,t}} - e^{z_{\alpha,t} \hat{l}_t + (1-z_{\alpha,t})(\hat{k}_{t-1} - z_{Y,t})} = e^{y_{D,t} - \tilde{y}_{D,t}} - e^{z_{\alpha,t}(l_t - \tilde{l}_t) + (1-z_{\alpha,t})(k_{t-1} - \tilde{k}_{t-1} - z_{Y,t})} = \frac{y_{D,t}}{z_{Y,t}} e^{-\tilde{y}_{D,t}} - \left( \frac{z_{Y,t}}{z_{Y,t}} L_{f,t} \right)^{z_{\alpha,t}} \left( \frac{K_{t-1} z_{Y,t-1}}{z_{Y,t-1} z_{Y,t}} \right)^{1-z_{\alpha,t}} e^{-z_{\alpha,t}(\tilde{l}_t - (1-z_{\alpha,t})(\tilde{k}_{t-1}))}. \quad (28)$$

Мы видим ту же проблему, что и с предыдущим уравнением: если тренды определяются не совместно, то возникнут искажения в уравнении. Однако тут возникает дополнительная проблема, заключающаяся в том, что тренды должны быть согласованы не только друг с другом, но и с экзогенными процессами. То есть выполнение условий, позволяющих избежать искажений в уравнении, может быть заметно сложнее. Помимо этого можно заметить еще один потенциальный источник проблем, связанный с удалением тренда вне ДСОЭР-модели. В этом случае достаточно часто предполагается отсутствие тренда в самой ДСОЭР-модели. Соответственно, это предположение означает, что безусловное ожидание  $z_{Y,t}$  равно нулю вместо истинного значения, и возникает систематическое искажение уравнения.

В случае уравнения с большим количеством слагаемых, такого как бюджетное ограничение, возникнет целый ряд случайных несистематических искажений, связанных с устранением трендов. А если тренд не будет присутствовать в модели, то возникнет ряд сложных систематических искажений.

### СХЕМА ТЕСТИРОВАНИЯ ПОСЛЕДСТВИЙ УДАЛЕНИЯ ТРЕНДА

Для тестирования последствий удаления тренда необходимо определиться со значениями параметров ДСОЭР-модели. Для этого модель была оценена по российским данным с первого квартала 2000 г. по третий квартал 2017-го. Использовались следующие девять рядов наблюдаемых переменных: доля номинальных расходов на частное потребление в ВВП, доля номинальных расходов на государственное потребление в ВВП, доля номинальных расходов на инвестиции в ВВП, темп роста реального ВВП, темп роста

номинального ВВП, доля расходов на оплату труда в ВВП, процентная ставка, изменение реального курса рубля, доля госрасходов в ВВП. Сезонность удалена с помощью процедуры *tramo/seats* [Gomez V., Maravall A., 1996]. Расчеты проводились с помощью пакета *dynare* [Adjemian S. et al., 2011].

Модель оценивается на основе нахождения моды апостериорной плотности. В результате получены оценки, представленные в табл. А1 (см. Приложение). Априорная плотность параметров стандартного отклонения шоков — обратное гамма-распределение, а для остальных параметров — нормальное распределение. Математическое ожидание и стандартное отклонение априорного распределения приведены в табл. А1. Процедура оценки параметров выглядит следующим образом: находится детерминированное равновесие модели в стационарных переменных; далее находится аппроксимация первого порядка поведения модели; рассчитывается значение функции правдоподобия (с помощью фильтра Калмана) и, соответственно, апостериорной плотности; численно ищется максимум апостериорной плотности.

Априорное распределение для стандартных отклонений шоков предполагает медленное убывание плотности с ростом значения параметра, то есть малоинформативное априорное распределение, которое предполагает, что вероятность больших и маленьких стандартных отклонений различается не сильно. Априорная плотность большинства остальных параметров симметрична и центрирована на нуле. Исключениями являются несколько параметров. Первое из них — это коэффициент при инфляции в правиле Тейлора ( $\gamma_{R,P}$ ), так как значения меньше единицы влияют на условие Бланшара — Кана. Второе — коэффициент сглаживания в правиле для ставки налогов ( $\gamma_{TAX}$ ), так как при дефиците информации о налогах в наблюдаемых переменных следует воссоздавать высокий уровень персистентности (характерный для налогов) при помощи априорной плотности. Третье исключение — коэффициенты в правилах для внешнего сектора ( $\gamma_{RW}$ ,  $\gamma_{RW,P}$ ,  $\gamma_{mx}$ ,  $\eta_{0,PW}$ ); поскольку по ним также мало информации в наблюдаемых переменных, соответствующие априорные распределения решено было сделать более информативными.

Используя полученные оценки параметров в качестве истинных значений, были сгенерированы выборки тех же девяти наблюдаемых рядов той же длины (71 наблюдение) на основе модели ДСОЭР. Таких выборок было сгенерировано 100 штук. Для каждой выборки проводится оценка параметров несколькими различными способами. Первая версия (*base*) — оценка проводится стандартным способом, без каких-либо манипуляций с данными. Вторая версия (*data-M*) — из каждого из сгенерированных рядов удаляется среднее (при оценке параметров модели известно, что среднее рядов нулевое). Третья версия (*data-M model-M*) — аналогично второй версии из рядов удаляется среднее, но так же устанавливается нулевое значение параметра  $\eta_{0,Y}$  (средний темп технологического прогресса), то есть оценивается модель, в которой нет детерминированной компоненты тренда. Четвертая (*data-T*) версия — из рядов удаляется среднее и линейный тренд. Пятая версия (*data-T model-M*) — аналогично четвертой из рядов удаляется линейный тренд, а также аналогично третьей устанавливается нулевое значение коэффициента  $\eta_{0,Y}$ . Шестая версия (*data-HP*) предполагает удаление тренда из данных при помощи фильтра Ходрика — Прескотта (со стандартным значением коэффициента для квартальных данных, равным 1600). Седьмая версия (*data-HP model-M*) предполагает аналогичное удаление тренда с помощью фильтра Ходрика — Прескотта и нулевое значение среднего темпа технологического прогресса ( $\eta_{0,Y}$ ). Таким образом, оценив модель множество раз, можно будет узнать, каковы последствия манипуляций с данными для оценок каждого из параметров.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

В табл. А2 (см. Приложение) представлены среднеквадратические ошибки оценки параметров при каждой из схем преобразования данных. Можно видеть, что каждое из преоб-

разований данных ведет к увеличению ошибок оценок параметров в 1,5–3 раза. Однако удаление тренда из самой модели (а не только данных) ведет к дальнейшему падению качества оценок еще в 4–10 раз.

Можно видеть, что чем более гибкий способ удаления тренда используется, тем выше ошибки оценки параметров. Наиболее резкое ухудшение качества оценок происходит при устранении тренда из самой модели. Тут следует отметить, что речь идет об ухудшении среднего качества оценок, так как даже оценки, получающиеся при использовании HP-фильтра и удалении тренда из модели (*data-HP model-M*) для двух параметров ( $\sigma_I$  и  $\eta_{0,PW}$ ), оказываются лучше, чем для других случаев. Поэтому приведем табл. 1 с медианой относительной RMSE для каждой пары способов оценки данных. Такой подход приводит к аналогичным выводам: более гибкая схема проигрывает менее гибкой, а удаление тренда из модели ведет к многократному ухудшению качества оценок.

Таблица 1

Медиана относительной RMSE, %

Числитель \ Знаменатель	base	data-M	data-M model-M	data-T	data-T model-M	data-HP	data-HP model-M
base	100.00	105.44	837.12	122.97	1022.31	220.90	1105.62
data-M	94.87	100.00	842.84	117.64	936.37	207.35	961.45
data-M model-M	11.95	11.86	100.00	16.80	113.04	29.82	112.98
data-T	81.33	85.03	595.55	100.00	696.98	171.93	690.26
data-T model-M	9.78	10.68	88.47	14.38	100.00	27.70	100.29
data-HP	45.29	48.23	335.40	58.16	361.42	100.00	319.45
data-HP model-M	9.04	10.42	88.51	14.51	99.71	31.47	100.00

Источник: рассчитано автором.

Следует также отметить, что используемая схема тестирования благоприятна для схем оценки параметров с удалением тренда из модели. Это выражается в том, что удаляется только детерминированный тренд, а стохастический тренд сохраняется ( $\sigma_\gamma > 0$ ), и он может описать соответствующий элемент динамики переменных. Можно предположить, что если бы в модели был устранен и стохастический тренд, то результаты оценок были бы еще хуже.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существует практика экзогенного для ДСОЭР-моделей удаления тренда из данных, по которым модель оценивается. Причем часто эта практика сопровождается построением ДСОЭР-модели, не содержащей трендов. В данной работе демонстрируются последствия такого подхода. С теоретической точки зрения в случае совместного устранения трендов из данных и благоприятной формы уравнений может не вноситься искажений в уравнения модели, однако это редкое и специфическое сочетание условий. В случае если используется модель без тренда и тренд удаляется из данных, возникает систематическое искажение в тех уравнениях, где присутствуют лаги или ожидания.

Также были проведены численные эксперименты, демонстрирующие последствия удаления тренда из данных и из модели для оценок параметров ДСОЭР-модели. Удаление тренда из данных ведет к 1,5–3-кратному росту среднеквадратических ошибок оценок параметров. Причем чем более гибкий способ устранения тренда применяется, тем сильнее возрастают ошибки, то есть использование HP-фильтра ведет к наихудшим результатам. А устранение тренда из модели ведет к дополнительному 4–10-кратному ухудшению качества оценок. Таким образом, один из распространенных подходов к оценке параметров ДСОЭР-моделей, предполагающий экзогенное преобразование данных, ведет к радикальному ухудшению качества результатов.

**Список источников**

- Андреев М. Ю., Полбин А. В. Влияние фискальной политики на макроэкономические показатели в DSGE-моделях // Научно-исследовательский финансовый институт. Финансовый журнал. 2018. № 3. С. 21–33. DOI: 10.31107/2075-1990-2018-3-21-33.
- Вотинов А. И., Елкина М. А. Фискальное стимулирование российской экономики: оценка в рамках простой DSGE-модели с фискальным блоком // Научно-исследовательский финансовый институт. Финансовый журнал. 2018. № 6. С. 83–96. DOI: 10.31107/2075-1990-2018-5-83-96.
- Ивашенко С. М. Динамическая стохастическая модель общего экономического равновесия с банковским сектором и эндогенными дефолтами фирм // Журнал Новой экономической ассоциации. № 3 (19). 2013. С. 27–50.
- Ивашенко С. М. Многосекторная модель динамического стохастического общего экономического равновесия российской экономики // Вестник Санкт-Петербургского университета. Экономика. 2016. Вып. 3. С. 176–202.
- Полбин А. В. Эконометрическая оценка структурной макроэкономической модели российской экономики // Прикладная эконометрика. 2014. № 33 (1). С. 3–29.
- Adjemian S., Bastani H., Juillard M. et al. Dynare: Reference Manual, Version 4 / Dynare Working Paper. 2011. No. 1. CEPREMAP.
- Adolfson M., Linde J., Villani M. Forecasting Performance of an Open Economy DSGE Model // Econometric Reviews. 2007. Vol. 26 (2–4). P. 289–328.
- Ambrisko R., Babecky J., Rysanek J., Valenta V. Assessing the impact of fiscal measures on the Czech economy // Economic Modelling. 2015. Vol. 44. Iss. C. P. 350–357.
- Ascarì G., Castelnuovo E., Rossi L. Calvo vs. Rotemberg in a trend inflation world: An empirical investigation // Journal of Economic Dynamics and Control. 2011. Vol. 35. Iss. 11. P. 1852–1867. DOI: 10.1016/j.jedc.2011.06.002.
- Čapek J. Estimating DSGE model parameters in a small open economy: Do real-time data matter? // Review of Economic Perspectives. 2015. Vol. 15. Iss. 1. P. 89–114. DOI: 10.1515/revexp-2015-0001.
- Chang Y., Doh T., Schorfheide F. Non-stationary Hours in a DSGE Model // Journal of Money, Credit and Banking. 2007. Vol. 39. Iss. 6. P. 1357–1373.
- Chaudourne J., Fève P., Guay A. Understanding the effect of technology shocks in SVARs with long-run restrictions // Journal of Economic Dynamics and Control. 2014. Vol. 41. Iss. C. P. 154–172. DOI: 10.1016/j.jedc.2014.01.012.
- Del Negro M., Schorfheide F. DSGE Model-Based Forecasting / Federal Reserve Bank of New York Staff Reports. 2012. No. 554.
- Diebold F. X., Schorfheide F. and Shin M. Real-time forecast evaluation of DSGE models with stochastic volatility // Journal of Econometrics. 2017. Vol. 201. Iss. 2. P. 322–332. DOI: 10.1016/j.jeconom.2017.08.011.
- Ferroni F. Trend Agnostic One-Step Estimation of DSGE Models // The B.E. Journal of Macroeconomics. 2011. Vol. 11. Iss. 1. P. 1–36.
- Gali J., Lopez-Salido J. D., Valles J. Understanding the Effects of Government Spending on Consumption // Journal of the European Economic Association. 2007. Vol. 5. No. 1. P. 227–270. DOI: 10.1162/JEEA.2007.5.1.227.
- Gomez V., Maravall A. Programs TRAMO and SEATS, instruction for user / Banco de España, 1996.
- Justiniano A., Primiceri G., Tambalotti A. Investment Shocks and the Relative Price of Investment // Review of Economic Dynamics. 2011. Vol. 14. Iss. 1. P. 101–121.
- Lombardo G., Vestin D. Welfare implications of Calvo vs. Rotemberg-pricing assumptions // Economics Letters. 2008. Vol. 100. Iss. 2. P. 275–279.
- Lucas R. E. Econometric Policy Evaluation: A Critique // Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy. 1976. Vol. 1. Iss. 1. P. 19–46.
- Rubaszek M., Skrzypczyński P. On the forecasting performance of a small-scale DSGE model // International Journal of Forecasting. 2008. Vol. 24. No. 3. P. 498–512. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2008.05.002.
- Smets F., Wouters R. An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area // Journal of the European Economic Association. 2003. Vol. 1. Iss. 5. P. 1123–1175.
- Smets F., Wouters R. Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach // American Economic Review. 2007. Vol. 97 (3). P. 586–606.
- Schmitt-Grohe S., Uribe M. Business Cycles With a Common Trend in Neutral and Investment-Specific Productivity // Review of Economic Dynamics. 2011. Vol. 14. Iss. 1. P. 122–135. DOI: 10.1016/j.red.2010.07.001.
- Tovar C. E. DSGE Models and Central Banks // Economics. The Open-Access, Open-Assessment E-Journal. 2009. № 3 (16). P. 1–31. URL: <http://www.economics-ejournal.org/economics/journalarticles/2009-16>.
- Zeleznik M. Labour Market in the Czech Republic: DSGE Approach // Review of Economic Perspectives. 2018. Vol. 18. Iss. 3. P. 225–259. DOI: 10.2478/revexp-2018-001.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица А1

Априорная и апостериорная плотность по статистическим данным

parameter	prior		post		parameter	prior		post	
	mean	std	mean	std		mean	std	mean	std
$\sigma_{aL}$	0.001	10	$1.87 \cdot 10^{-2}$	$3.22 \cdot 10^{-3}$	$\gamma_{TR,Y}$	0	10	$7.63 \cdot 10^0$	$1.31 \cdot 10^{+1}$
$\sigma_G$	0.001	10	$4.61 \cdot 10^{-4}$	$4.93 \cdot 10^{-4}$	$h_C$	0	0.49995	$7.14 \cdot 10^{-1}$	$2.59 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_I$	0.001	10	$4.61 \cdot 10^{-4}$	$3.33 \cdot 10^{-4}$	$h_L$	0	0.49995	$9.36 \cdot 10^{-1}$	$1.98 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_L$	0.001	10	$2.56 \cdot 10^{+1}$	$8.11 \cdot 10^{+0}$	$h_M$	0	0.49995	$3.75 \cdot 10^{-2}$	$1.73 \cdot 10^{-1}$
$\sigma_M$	0.001	10	$4.61 \cdot 10^{-4}$	$4.07 \cdot 10^{-4}$	$\omega_C$	0	5	$1.76 \cdot 10^{+0}$	$1.53 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_{NX}$	0.001	10	$1.65 \cdot 10^{+0}$	$5.78 \cdot 10^{-1}$	$\omega_L$	0	5	$5.07 \cdot 10^{+0}$	$2.08 \cdot 10^{+0}$
$\sigma_{PW}$	0.001	10	$1.31 \cdot 10^{-1}$	$8.96 \cdot 10^{-2}$	$\omega_M$	0	5	$1.71 \cdot 10^{-3}$	$2.57 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_R$	0.001	10	$7.93 \cdot 10^{-2}$	$1.97 \cdot 10^{-2}$	$\theta$	0	8	$2.00 \cdot 10^{+1}$	$9.06 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{RW}$	0.001	10	$2.13 \cdot 10^{-1}$	$6.36 \cdot 10^{-2}$	$v$	0	0.49995	$1.86 \cdot 10^{-1}$	$3.02 \cdot 10^{-1}$
$\sigma_{TAX}$	0.001	10	$3.31 \cdot 10^{+1}$	$1.15 \cdot 10^{+1}$	$\eta_{0,aL}$	0	0.3	$4.91 \cdot 10^{-1}$	$1.03 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{TR}$	0.001	10	$7.23 \cdot 10^{+0}$	$2.83 \cdot 10^{+0}$	$\eta_{0,G}$	0	0.62638	$-1.18 \cdot 10^{+0}$	$1.62 \cdot 10^{-1}$
$\sigma_Y$	0.001	10	$1.42 \cdot 10^{-1}$	$2.72 \cdot 10^{-2}$	$\eta_{0,I}$	0	20	$-2.48 \cdot 10^{+0}$	$7.97 \cdot 10^{+0}$
$\beta$	0	0.025	$-7.34 \cdot 10^{-3}$	$2.68 \cdot 10^{-3}$	$\eta_{0,L}$	0	20	$1.01 \cdot 10^{+1}$	$1.10 \cdot 10^{+0}$
$\delta_K$	0	0.05	$8.62 \cdot 10^{-2}$	$2.30 \cdot 10^{-2}$	$\eta_{0,M}$	0	20	$4.29 \cdot 10^{-2}$	$1.36 \cdot 10^{-2}$
$\varphi_P$	0	50	$6.80 \cdot 10^{+0}$	$2.77 \cdot 10^{+0}$	$\eta_{0,R}$	0	0.05	$5.30 \cdot 10^{-2}$	$7.30 \cdot 10^{-4}$
$\gamma_G$	0	0.49995	$9.83 \cdot 10^{-1}$	$8.83 \cdot 10^{-3}$	$\eta_{0,TAX}$	0	0.3	$1.00 \cdot 10^{-1}$	$4.83 \cdot 10^{-5}$
$\gamma_{G,B}$	0	10	$-4.44 \cdot 10^{-1}$	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$\eta_{0,TR}$	0	0.62638	$-1.05 \cdot 10^{+0}$	$1.80 \cdot 10^{-4}$
$\gamma_{G,Y}$	0	10	$-3.45 \cdot 10^{+0}$	$1.65 \cdot 10^{+0}$	$\eta_{0,Y}$	0	0.01	$8.58 \cdot 10^{-3}$	$3.49 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_R$	0	0.99995	$9.58 \cdot 10^{-1}$	$1.55 \cdot 10^{-2}$	$\gamma_{RW}$	0.5	0.49995	$9.92 \cdot 10^{-1}$	$3.47 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_{R,P}$	1	5	$1.80 \cdot 10^{+0}$	$3.67 \cdot 10^{-1}$	$\gamma_{RW,P}$	1	5	$6.97 \cdot 10^{-6}$	$3.77 \cdot 10^{-5}$
$\gamma_{R,Y}$	0	10	$-9.76 \cdot 10^{-1}$	$3.70 \cdot 10^{-1}$	$\gamma_{nx}$	0.5	0.49995	$5.36 \cdot 10^{-1}$	$1.22 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{TAX}$	1	0.49995	$1.58 \cdot 10^{-1}$	$3.18 \cdot 10^{-1}$	$\gamma_{nx,f}$	0	10	$-2.49 \cdot 10^{+0}$	$5.71 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{TAX,B}$	0	10	$1.00 \cdot 10^{+1}$	$2.05 \cdot 10^{-3}$	$\gamma_{nx,Y}$	0	10	$4.43 \cdot 10^{+0}$	$2.35 \cdot 10^{+0}$
$\gamma_{TAX,Y}$	0	10	$-1.17 \cdot 10^{+0}$	$1.27 \cdot 10^{+0}$	$\eta_{0,PW}$	0.005	0.05	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.96 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{TR}$	0	0.49995	$9.88 \cdot 10^{-1}$	$4.63 \cdot 10^{-3}$	$\bar{c}$	0	0.8	$-4.84 \cdot 10^{-1}$	$1.95 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_{TR,B}$	0	10	$1.21 \cdot 10^{+0}$	$7.70 \cdot 10^{-1}$	$\bar{f}$	0	0.7	$-7.13 \cdot 10^{-4}$	$4.00 \cdot 10^{-3}$

Таблица А2

RMSE

	base	data-M	data-M model-M	data-T	data-T model-M	data-HP	data-HP model-M
$\sigma_{aL}$	$4.83 \cdot 10^{-4}$	$7.21 \cdot 10^{-4}$	$1.55 \cdot 10^{-3}$	$8.33 \cdot 10^{-4}$	$1.70 \cdot 10^{-3}$	$1.04 \cdot 10^{-3}$	$2.38 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_G$	$8.73 \cdot 10^{-2}$	$6.19 \cdot 10^{-6}$	$3.95 \cdot 10^{-1}$	$2.77 \cdot 10^{-6}$	$4.21 \cdot 10^{-1}$	$5.74 \cdot 10^{-6}$	$3.47 \cdot 10^{-1}$
$\sigma_I$	$2.46 \cdot 10^{-7}$	$1.90 \cdot 10^{-7}$	$1.73 \cdot 10^{-7}$	$2.02 \cdot 10^{-7}$	$1.87 \cdot 10^{-7}$	$2.58 \cdot 10^{-7}$	$1.46 \cdot 10^{-7}$
$\sigma_L$	$5.92 \cdot 10^{-1}$	$6.75 \cdot 10^{-1}$	$4.12 \cdot 10^{+0}$	$7.03 \cdot 10^{-1}$	$4.68 \cdot 10^{+0}$	$1.34 \cdot 10^{+0}$	$5.06 \cdot 10^{+0}$
$\sigma_M$	$2.40 \cdot 10^{-2}$	$4.46 \cdot 10^{-6}$	$3.85 \cdot 10^{-2}$	$3.52 \cdot 10^{-6}$	$8.99 \cdot 10^{-1}$	$1.88 \cdot 10^{-6}$	$3.61 \cdot 10^{-1}$
$\sigma_{NX}$	$1.84 \cdot 10^{-2}$	$5.21 \cdot 10^{-2}$	$2.10 \cdot 10^{-1}$	$6.68 \cdot 10^{-2}$	$2.89 \cdot 10^{-1}$	$1.14 \cdot 10^{-1}$	$2.03 \cdot 10^{-1}$
$\sigma_{PW}$	$6.06 \cdot 10^{-3}$	$4.05 \cdot 10^{-3}$	$3.11 \cdot 10^{-2}$	$6.20 \cdot 10^{-3}$	$3.14 \cdot 10^{-2}$	$8.42 \cdot 10^{-3}$	$3.63 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_R$	$2.97 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$2.81 \cdot 10^{-3}$	$2.05 \cdot 10^{-2}$	$3.82 \cdot 10^{-3}$	$1.42 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{RW}$	$2.88 \cdot 10^{-3}$	$5.12 \cdot 10^{-3}$	$3.22 \cdot 10^{-2}$	$5.73 \cdot 10^{-3}$	$4.34 \cdot 10^{-2}$	$9.54 \cdot 10^{-3}$	$2.58 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{TAX}$	$1.04 \cdot 10^{+0}$	$1.14 \cdot 10^{+0}$	$3.92 \cdot 10^{+0}$	$1.36 \cdot 10^{+0}$	$2.79 \cdot 10^{+0}$	$1.42 \cdot 10^{+0}$	$3.42 \cdot 10^{+0}$
$\sigma_{TR}$	$9.64 \cdot 10^{-2}$	$1.95 \cdot 10^{-1}$	$7.57 \cdot 10^{-1}$	$3.63 \cdot 10^{-1}$	$5.63 \cdot 10^{-1}$	$6.97 \cdot 10^{-1}$	$6.78 \cdot 10^{-1}$

$\sigma_Y$	$1.14 \cdot 10^{-2}$	$6.06 \cdot 10^{-3}$	$2.67 \cdot 10^{-2}$	$2.91 \cdot 10^{-3}$	$2.37 \cdot 10^{-2}$	$6.32 \cdot 10^{-3}$	$1.46 \cdot 10^{-2}$
$\beta$	$5.57 \cdot 10^{-5}$	$1.41 \cdot 10^{-5}$	$3.64 \cdot 10^{-3}$	$2.39 \cdot 10^{-5}$	$4.10 \cdot 10^{-3}$	$2.93 \cdot 10^{-5}$	$4.54 \cdot 10^{-3}$
$\delta_K$	$1.94 \cdot 10^{-3}$	$4.19 \cdot 10^{-4}$	$5.49 \cdot 10^{-3}$	$3.86 \cdot 10^{-4}$	$5.75 \cdot 10^{-3}$	$1.65 \cdot 10^{-3}$	$5.75 \cdot 10^{-3}$
$\Phi_P$	$2.74 \cdot 10^{-2}$	$5.31 \cdot 10^{-2}$	$2.03 \cdot 10^{-1}$	$4.21 \cdot 10^{-2}$	$2.74 \cdot 10^{-1}$	$1.29 \cdot 10^{-1}$	$3.53 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_G$	$4.12 \cdot 10^{-4}$	$2.14 \cdot 10^{-4}$	$5.42 \cdot 10^{-3}$	$4.35 \cdot 10^{-4}$	$3.17 \cdot 10^{-3}$	$9.85 \cdot 10^{-4}$	$4.11 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_{G,B}$	$1.94 \cdot 10^{-3}$	$5.71 \cdot 10^{-3}$	$6.32 \cdot 10^{-2}$	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.58 \cdot 10^{-2}$	$2.05 \cdot 10^{-2}$	$6.07 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{G,Y}$	$8.30 \cdot 10^{-2}$	$1.60 \cdot 10^{-1}$	$6.89 \cdot 10^{-1}$	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$5.76 \cdot 10^{-1}$	$3.46 \cdot 10^{-1}$	$9.21 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_R$	$5.11 \cdot 10^{-4}$	$4.62 \cdot 10^{-4}$	$1.88 \cdot 10^{-3}$	$6.34 \cdot 10^{-4}$	$2.34 \cdot 10^{-3}$	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$2.47 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_{R,P}$	$1.32 \cdot 10^{-2}$	$7.25 \cdot 10^{-3}$	$6.16 \cdot 10^{-2}$	$1.60 \cdot 10^{-2}$	$9.29 \cdot 10^{-2}$	$3.16 \cdot 10^{-2}$	$9.30 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{R,Y}$	$1.20 \cdot 10^{-2}$	$1.02 \cdot 10^{-2}$	$7.65 \cdot 10^{-2}$	$1.87 \cdot 10^{-2}$	$9.46 \cdot 10^{-2}$	$5.05 \cdot 10^{-2}$	$7.97 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{TAX}$	$2.79 \cdot 10^{-4}$	$1.93 \cdot 10^{-2}$	$1.04 \cdot 10^{-1}$	$3.25 \cdot 10^{-2}$	$7.53 \cdot 10^{-2}$	$3.43 \cdot 10^{-2}$	$8.36 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{TAX,B}$	$1.70 \cdot 10^{-3}$	$1.61 \cdot 10^{-2}$	$1.30 \cdot 10^{-1}$	$5.31 \cdot 10^{-2}$	$3.09 \cdot 10^{-1}$	$2.76 \cdot 10^{-1}$	$3.50 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{TAX,Y}$	$6.73 \cdot 10^{-1}$	$5.11 \cdot 10^{-1}$	$1.95 \cdot 10^0$	$5.34 \cdot 10^{-1}$	$9.03 \cdot 10^{-1}$	$1.20 \cdot 10^0$	$2.79 \cdot 10^0$
$\gamma_{TR,B}$	$3.96 \cdot 10^{-4}$	$2.97 \cdot 10^{-4}$	$3.34 \cdot 10^{-3}$	$7.82 \cdot 10^{-4}$	$1.55 \cdot 10^{-3}$	$2.60 \cdot 10^{-3}$	$3.89 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_{TR,B}$	$6.74 \cdot 10^{-3}$	$4.73 \cdot 10^{-2}$	$1.77 \cdot 10^{-1}$	$6.31 \cdot 10^{-2}$	$1.40 \cdot 10^{-1}$	$1.38 \cdot 10^{-1}$	$1.99 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{TR,Y}$	$2.28 \cdot 10^{-1}$	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$1.00 \cdot 10^0$	$6.55 \cdot 10^{-1}$	$1.44 \cdot 10^0$	$1.06 \cdot 10^0$	$1.70 \cdot 10^0$
$h_C$	$2.50 \cdot 10^{-4}$	$9.94 \cdot 10^{-5}$	$6.26 \cdot 10^{-3}$	$1.07 \cdot 10^{-4}$	$8.30 \cdot 10^{-3}$	$1.18 \cdot 10^{-4}$	$7.30 \cdot 10^{-3}$
$h_L$	$1.11 \cdot 10^{-3}$	$4.35 \cdot 10^{-4}$	$9.07 \cdot 10^{-3}$	$5.96 \cdot 10^{-4}$	$1.15 \cdot 10^{-2}$	$8.37 \cdot 10^{-4}$	$4.98 \cdot 10^{-3}$
$h_M$	$1.30 \cdot 10^{-3}$	$7.83 \cdot 10^{-3}$	$7.11 \cdot 10^{-2}$	$9.55 \cdot 10^{-3}$	$9.45 \cdot 10^{-2}$	$2.30 \cdot 10^{-2}$	$7.89 \cdot 10^{-2}$
$\omega_C$	$2.00 \cdot 10^{-4}$	$3.45 \cdot 10^{-4}$	$2.12 \cdot 10^{-2}$	$1.52 \cdot 10^{-4}$	$9.03 \cdot 10^{-2}$	$2.65 \cdot 10^{-4}$	$7.32 \cdot 10^{-2}$
$\omega_L$	$3.75 \cdot 10^{-2}$	$1.31 \cdot 10^{-2}$	$1.95 \cdot 10^{-1}$	$2.15 \cdot 10^{-2}$	$4.38 \cdot 10^{-1}$	$2.13 \cdot 10^{-2}$	$6.10 \cdot 10^{-1}$
$\omega_M$	$2.78 \cdot 10^{-3}$	$3.73 \cdot 10^{-4}$	$4.76 \cdot 10^{-1}$	$1.39 \cdot 10^{-4}$	$1.69 \cdot 10^{-1}$	$1.51 \cdot 10^{-4}$	$3.72 \cdot 10^{-2}$
$\theta$	$1.96 \cdot 10^{-5}$	$1.46 \cdot 10^{-2}$	$3.11 \cdot 10^{-1}$	$8.31 \cdot 10^{-3}$	$3.73 \cdot 10^{-1}$	$5.40 \cdot 10^{-2}$	$1.24 \cdot 10^{-1}$
$v$	$4.58 \cdot 10^{-3}$	$9.04 \cdot 10^{-3}$	$3.50 \cdot 10^{-2}$	$1.16 \cdot 10^{-2}$	$2.67 \cdot 10^{-2}$	$2.00 \cdot 10^{-2}$	$3.35 \cdot 10^{-2}$
$\eta_{0,G_L}$	$1.69 \cdot 10^{-3}$	$9.84 \cdot 10^{-4}$	$8.33 \cdot 10^{-3}$	$6.87 \cdot 10^{-4}$	$1.29 \cdot 10^{-2}$	$9.49 \cdot 10^{-4}$	$1.15 \cdot 10^{-2}$
$\eta_{0,G}$	$2.17 \cdot 10^{-3}$	$5.48 \cdot 10^{-4}$	$5.47 \cdot 10^{-2}$	$6.33 \cdot 10^{-4}$	$5.46 \cdot 10^{-2}$	$3.55 \cdot 10^{-3}$	$5.27 \cdot 10^{-2}$
$\eta_{0,I}$	$5.29 \cdot 10^{-3}$	$5.88 \cdot 10^{-1}$	$1.14 \cdot 10^0$	$7.53 \cdot 10^{-1}$	$1.84 \cdot 10^0$	$9.94 \cdot 10^{-1}$	$1.58 \cdot 10^0$
$\eta_{0,L}$	$1.15 \cdot 10^{-4}$	$1.15 \cdot 10^{-2}$	$4.27 \cdot 10^{-1}$	$4.57 \cdot 10^{-2}$	$8.59 \cdot 10^{-1}$	$6.53 \cdot 10^{-2}$	$6.52 \cdot 10^{-1}$
$\eta_{0,M}$	$2.42 \cdot 10^{-4}$	$7.69 \cdot 10^{-4}$	$1.45 \cdot 10^{-1}$	$4.90 \cdot 10^{-4}$	$9.59 \cdot 10^{-2}$	$3.30 \cdot 10^{-4}$	$1.48 \cdot 10^{-1}$
$\eta_{0,R}$	$1.05 \cdot 10^{-4}$	$2.91 \cdot 10^{-5}$	$1.03 \cdot 10^{-2}$	$2.00 \cdot 10^{-6}$	$9.26 \cdot 10^{-3}$	$2.76 \cdot 10^{-6}$	$1.10 \cdot 10^{-2}$
$\eta_{0,TAX}$	$4.06 \cdot 10^{-4}$	$4.36 \cdot 10^{-4}$	$3.65 \cdot 10^{-3}$	$2.12 \cdot 10^{-4}$	$4.11 \cdot 10^{-3}$	$2.44 \cdot 10^{-4}$	$5.45 \cdot 10^{-3}$
$\eta_{0,TR}$	$1.94 \cdot 10^{-3}$	$3.37 \cdot 10^{-3}$	$3.96 \cdot 10^{-3}$	$2.46 \cdot 10^{-3}$	$4.58 \cdot 10^{-3}$	$1.66 \cdot 10^{-2}$	$2.01 \cdot 10^{-2}$
$\eta_{0,Y}$	$4.87 \cdot 10^{-5}$	$8.96 \cdot 10^{-6}$	$8.58 \cdot 10^{-3}$	$5.91 \cdot 10^{-6}$	$8.58 \cdot 10^{-3}$	$1.15 \cdot 10^{-5}$	$8.58 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_{RW}$	$9.38 \cdot 10^{-4}$	$1.72 \cdot 10^{-4}$	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$1.78 \cdot 10^{-4}$	$1.57 \cdot 10^{-3}$	$3.17 \cdot 10^{-4}$	$1.57 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_{RW,P}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$	$3.94 \cdot 10^{-2}$	$1.14 \cdot 10^{-1}$	$7.96 \cdot 10^{-3}$	$2.58 \cdot 10^{-1}$	$1.41 \cdot 10^{-2}$	$2.38 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{nx}$	$1.74 \cdot 10^{-2}$	$1.50 \cdot 10^{-2}$	$3.88 \cdot 10^{-2}$	$2.02 \cdot 10^{-2}$	$7.10 \cdot 10^{-2}$	$4.31 \cdot 10^{-2}$	$6.49 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{nx,f}$	$6.64 \cdot 10^{-3}$	$1.18 \cdot 10^{-2}$	$2.43 \cdot 10^{-1}$	$3.93 \cdot 10^{-2}$	$2.30 \cdot 10^{-1}$	$2.51 \cdot 10^{-2}$	$2.60 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{nx,Y}$	$2.52 \cdot 10^{-2}$	$3.33 \cdot 10^{-1}$	$8.43 \cdot 10^{-1}$	$5.62 \cdot 10^{-1}$	$1.06 \cdot 10^0$	$4.94 \cdot 10^{-1}$	$9.56 \cdot 10^{-1}$
$\eta_{0,PW}$	$8.15 \cdot 10^{-4}$	$4.89 \cdot 10^{-4}$	$1.29 \cdot 10^{-5}$	$5.53 \cdot 10^{-4}$	$1.95 \cdot 10^{-5}$	$3.61 \cdot 10^{-4}$	$1.56 \cdot 10^{-5}$
$\bar{c}$	$1.06 \cdot 10^{-4}$	$3.50 \cdot 10^{-4}$	$9.14 \cdot 10^{-2}$	$1.37 \cdot 10^{-4}$	$7.59 \cdot 10^{-2}$	$6.08 \cdot 10^{-4}$	$5.40 \cdot 10^{-2}$
$\bar{f}$	$1.88 \cdot 10^{-4}$	$1.63 \cdot 10^{-3}$	$2.88 \cdot 10^{-2}$	$8.35 \cdot 10^{-3}$	$1.04 \cdot 10^{-1}$	$4.44 \cdot 10^{-3}$	$1.92 \cdot 10^{-1}$
mean	$5.87 \cdot 10^{-2}$	$8.07 \cdot 10^{-2}$	$3.52 \cdot 10^{-1}$	$1.07 \cdot 10^{-1}$	$3.78 \cdot 10^{-1}$	$1.67 \cdot 10^{-1}$	$4.24 \cdot 10^{-1}$
median	$2.05 \cdot 10^{-3}$	$4.59 \cdot 10^{-3}$	$5.81 \cdot 10^{-2}$	$5.97 \cdot 10^{-3}$	$8.31 \cdot 10^{-2}$	$8.98 \cdot 10^{-3}$	$6.91 \cdot 10^{-2}$

Поступила в редакцию 14 февраля 2019 г.  
Принята к публикации 2 апреля 2019 г.

DOI: 10.31107/2075-1990-2019-2-81-95

**S. M. Ivashchenko****DSGE Models: Problem of Trends****Author's affiliation:**

**Sergey M. Ivashchenko** (e-mail: sergey.ivashchenko.ru@gmail.com), ORCID 0000-0002-4248-7430  
Institute of Regional Economy Problems of the Russian Academy of Sciences, St Petersburg 190013,  
Russian Federation  
Financial Research Institute, Moscow 127006, Russian Federation  
St Petersburg University, St Petersburg 199034, Russian Federation

**Abstract**

There are trends (deterministic and stochastic) in the most macroeconomic time series. Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE) models have to take into account these data features. Data detrending is one of the popular approaches that imply exogenous (to the model) decomposition of time series into cycle and trend components, and dropping of the last one. The aim of the paper is to analyze the consequences of such approach.

This paper shows that the methods described above distort the model, save some specific conditions. If one of the following conditions remains, then detrending disturbs the model unsystematically. Trend is eliminated from each time series separately. One variable has different nonlinear transformation than the other (example: one variable is in-logs while the other in-levels). Correlation of trend divergence (i.e. difference between trends of one and another variable) with exogenous shocks is incorrect (correct correlation can be nonzero). If trends are dropped from the model, then detrending distorts the model systematically.

The author presents numerical results of detrending analysis and creates DSGE model. Then the model was estimated on multiple arrays of simulated data with different detrending schemes including the absence of detrending. Data detrending leads to 1.5–3 times higher errors of parameters estimation. More flexible detrending scheme leads to worse results (HP filter produces the worst result). However, if trend is eliminated from the data and DSGE model without trend is used then estimation errors increases additionally by 4–10 times.

**Keywords:**

DSGE, trend, detrending, HP-filter, estimation accuracy, RMSE

**JEL:** C32; E30; E32

**For citation:** Ivashchenko S.M. DSGE Models: Problem of Trends. *Finansovyy zhurnal — Financial Journal*, 2019, no. 2, pp. 81–95 (In Russ.). DOI: 10.31107/2075-1990-2019-2-81-95

**References**

- Adjemian S., Bastani H., Juillard M. et al. (2011). Dynare: Reference Manual, Version 4. Dynare Working Papers no. 1, CEPREMAP.
- Adolfson M., Linde J., Villani M. (2007). Forecasting Performance of an Open Economy DSGE Model. *Econometric Reviews*, vol. 26 (2–4), pp. 289–328.
- Ambrisko R., Babecky J., Rysanek J., Valenta V. (2015). Assessing the impact of fiscal measures on the Czech economy. *Economic Modelling*, vol. 44, iss. C, pp. 350–357.
- Andreev M.Ju., Polbin A.V. (2018). Influence of Fiscal Policy on Macroeconomic Indicators in DSGE-Models. *Finansovyy zhurnal — Financial Journal*, no. 3, pp. 21–33 (In Russ.). DOI: 10.31107/2075-1990-2018-3-21-33.
- Ascari G., Castelnuovo E., Rossi L. (2011). Calvo vs. Rotemberg in a trend inflation world: An empirical investigation. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 35, iss. 11, pp. 1852–1867.
- Čapek J. (2015). Estimating DSGE model parameters in a small open economy: Do real-time data matter? *Review of Economic Perspectives*, vol. 15, iss. 1, pp. 89–114.
- Chang Y., Doh T. and Schorfheide F. (2007). Non-stationary Hours in a DSGE Model. *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 39, iss. 6, pp. 1357–1373.
- Chaudourne J., Feve P., Guay A. (2014). Understanding the effect of technology shocks in SVARs with long-run restrictions. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 41, iss. C, pp. 154–172.
- Del Negro M., Schorfheide F. (2012). DSGE Model-Based Forecasting. Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, no. 554.
- Diebold F.X., Schorfheide F., Shin M. (2017). Real-time forecast evaluation of DSGE models with stochastic volatility. *Journal of Econometrics*, vol. 201, iss. 2, pp. 322–332. DOI: 10.1016/j.jeconom.2017.08.011.

- Ferroni F. (2011). Trend Agnostic One-Step Estimation of DSGE Models. *The B.E. Journal of Macroeconomics*, vol. 11, iss. 1, pp. 1–36.
- Gali J., Lopez-Salido J.D., Valles J. (2007). Understanding the Effects of Government Spending on Consumption. *Journal of the European Economic Association*, vol. 5, no. 1, pp. 227–270. DOI: 10.1162/JEEA.2007.5.1.227.
- Gomez V., Maravall A. (1996). Programs TRAMO and SEATS, instruction for user. Banco de Espana.
- Ivashchenko S.M. (2016). Multiple Sectors DSGE Model of Russia. *St Petersburg University Journal of Economic Studies*, iss. 3, pp. 176–202 (In Russ.). DOI: 10.21638/11701/spbu05.2016.310.
- Ivashchenko S.M. (2013). Dynamic Stochastic General Equilibrium Model with Banks and Endogenous Defaults of Firms. *The Journal of the New Economic Association*, vol. 19, iss. 3, pp. 27–50 (In Russ.).
- Justiniano A., Primiceri G. and Tambalotti A. (2011). Investment Shocks and the Relative Price of Investment. *Review of Economic Dynamics*, vol. 14, iss. 1, pp. 101–121.
- Lombardo G. and Vestin D. (2008). Welfare implications of Calvo vs. Rotemberg-pricing assumptions. *Economics Letters*, vol. 100, iss. 2, pp. 275–279.
- Lucas R.E. (1976). Econometric Policy Evaluation: A Critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 1, iss. 1, pp. 19–46.
- Polbin A. (2014). Econometric estimation of a structural macroeconomic model for the Russian economy. *Applied Econometrics*, vol. 33, iss. 1, 3–29 (In Russ.).
- Rubaszek M., Skrzypczynski P. (2008). On the Forecasting Performance of a Small-Scale DSGE Model. *International Journal of Forecasting*, vol. 24, no. 3, pp. 498–512. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2008.05.002.
- Smets F., Wouters R. (2003). An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area. *Journal of the European Economic Association*, vol. 1, iss. 5, pp. 1123–1175.
- Smets F., Wouters R. (2007). Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach. *American Economic Review*, vol. 97 (3), 586–606.
- Schmitt-Grohe S., Uribe M. (2011). Business Cycles With A Common Trend in Neutral and Investment-Specific Productivity. *Review of Economic Dynamics*, vol. 14, iss.1, pp. 122–135. DOI: 10.1016/j.red.2010.07.001.
- Tovar C.E. (2009). DSGE models and central banks. *Economics. The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, no. 3 (16), pp. 1–31.
- Votinov A.I., Elkina M.A. (2018). Estimation of Fiscal Stimulus Efficiency in Russian Economy: Simple DSGE Model With Government Sector. *Finansovyy zhurnal – Financial Journal*, no. 6, pp. 83–96 (In Russ.). DOI: 10.31107/2075-1990-2018-5-83-96.
- Zeleznik M. (2018). Labour Market in the Czech Republic: DSGE Approach. *Review of Economic Perspectives*, vol. 18, iss. 3, pp. 225–259. DOI: 10.2478/revecp-2018-001.

Received 14.02.2019

Accepted for publication 02.04.2019

---

The reported study was partly funded by RFBR according to the research project “Structural Changes in Russia: The Role of Human Capital and Investments” № 18-010-01185.